Appliquer la Loi Normale

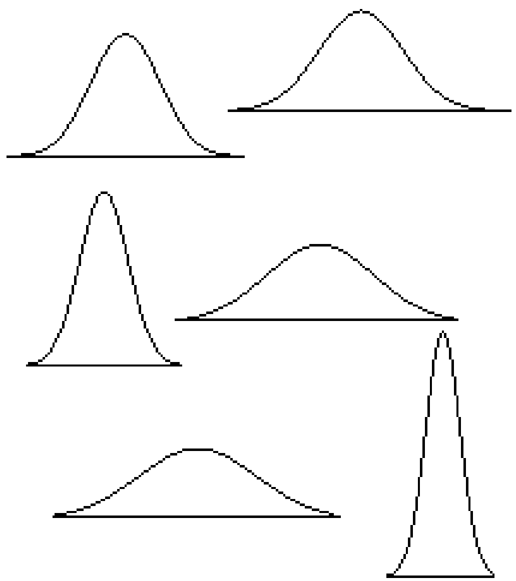
Institut Lean Six Sigma

de La Rémige SARL

La Distribution Normale

D M A A C

- En forme de cloche symétrique
- Courbe parfaitement spécifié mathématiquement par seulement deux paramètres:
  - la Moyenne (μ) et
  - l'Écart Type (σ)
- Utilisée afin de modeler de manière *prédictive*



D M A A C

La Distribution Normale Standard – la Fonction Z

- La Distribution Normale *Standard* (Z) a
  - une Moyenne (μ) de 0;
  - un écart Type (σ) de 1; et
  - une surface sous la courbe de 1
- Toute Distribution Normale peut être *Standardisée* en appliquant la formule:

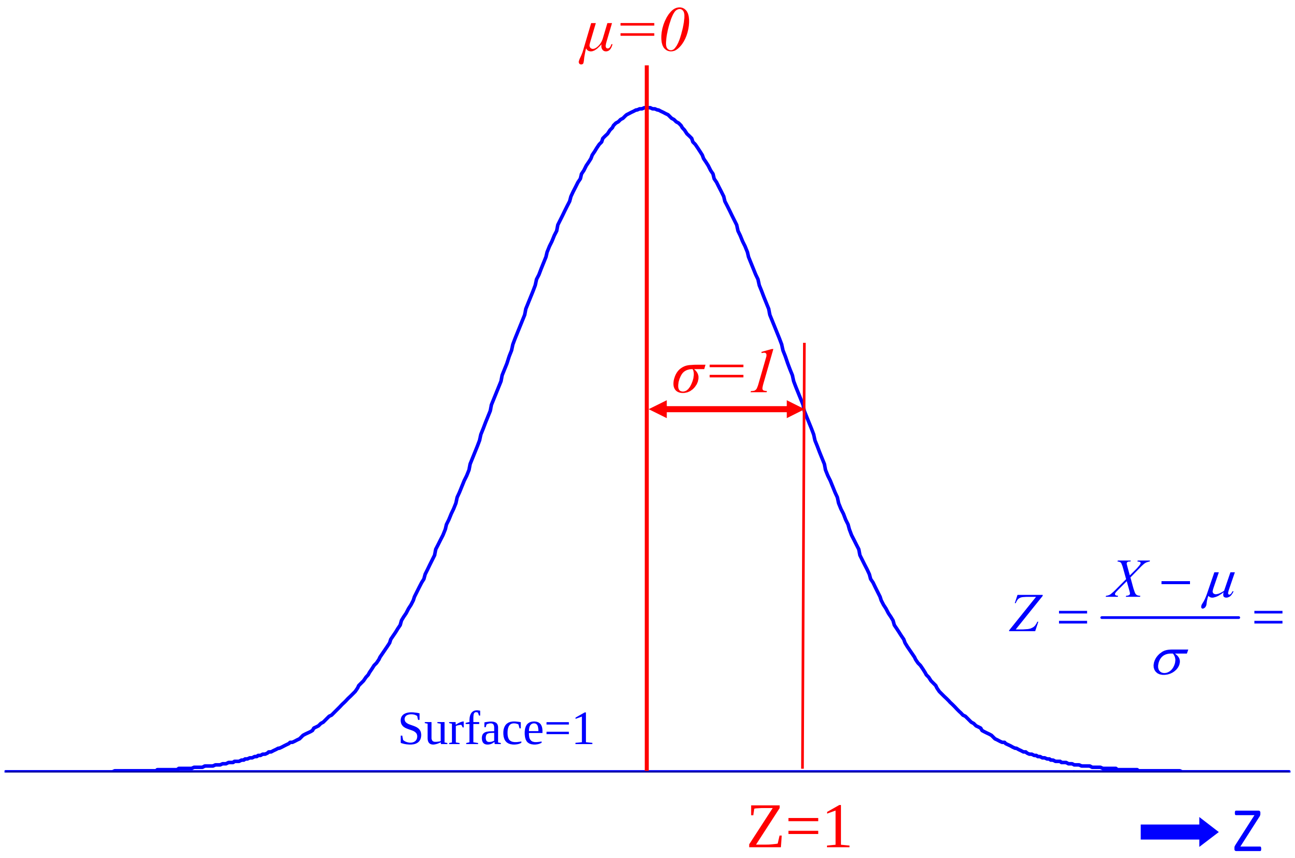
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

où X est une valeur; μ est la Moyenne; et σ est l'écart type de la distribution normale *originale*.

- La distribution Z n'est normale que si la distribution d'origine de X est normale.
- La valeur Z représente la distance absolue exprimée en nombre d'écarts type de la moyenne.

La Distribution Normale Standard Z

La valeur Z représente la distance absolue exprimée en nombre d'écarts type de la moyenne.



$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{X - 0}{1} = X$$

La Distribution Z - Exemple 1

Si une personne a réussi son examen avec un score 80 points, où la moyenne de la classe est de 65, et l'écart type de 15, elle a alors réussi un résultat à 1 écart type au dessus de la moyenne, donc, $Z_{80} = 1$

Les personnes ayant réussi des Z supérieurs à 2, c'est-à-dire à 2 écarts type au dessus de la moyenne ont réussi l'examen avec au moins 95 points, car:-

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

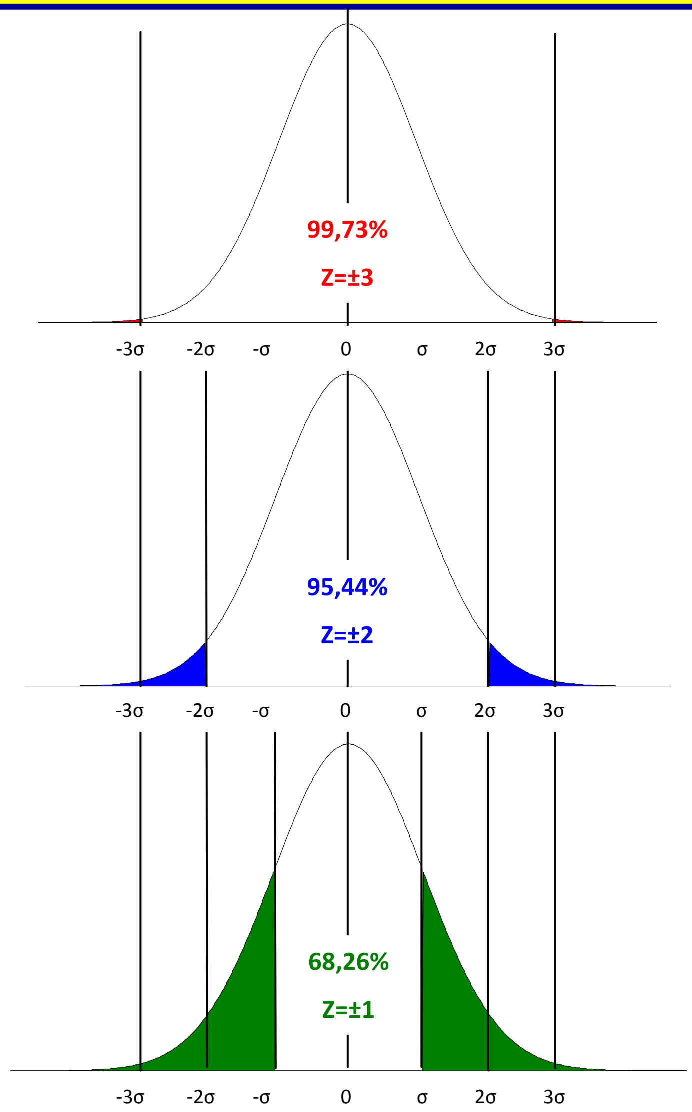
$$2 = \frac{X - 65}{15}$$

$$X = 95$$

Z et la surface sous la courbe de la Distribution Normale Standard

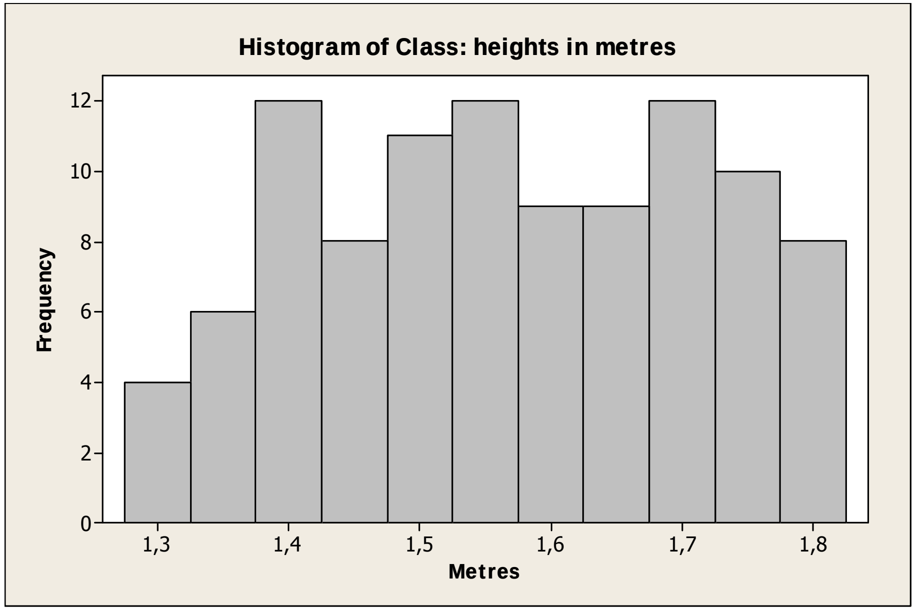
La surface couverte sous la courbe de la Distribution Normale Standard varie avec la valeur de Z

- Puisque la surface totale est de 1 (ou 100%,) et puisque la courbe est symétrique, 50% de la surface se trouve en dessous de la Moyenne 0, et 50% au dessus;
- 99,73% se trouve entre Z=-3 and Z=3 ($\pm 3\sigma$).
- 95,44% se trouve entre Z=-2 and Z=2 ($\pm 2\sigma$)
- 68,26% de la surface se trouve entre Z=-1 et Z=1 ($\pm\sigma$)



La Distribution Z - Exemple 2

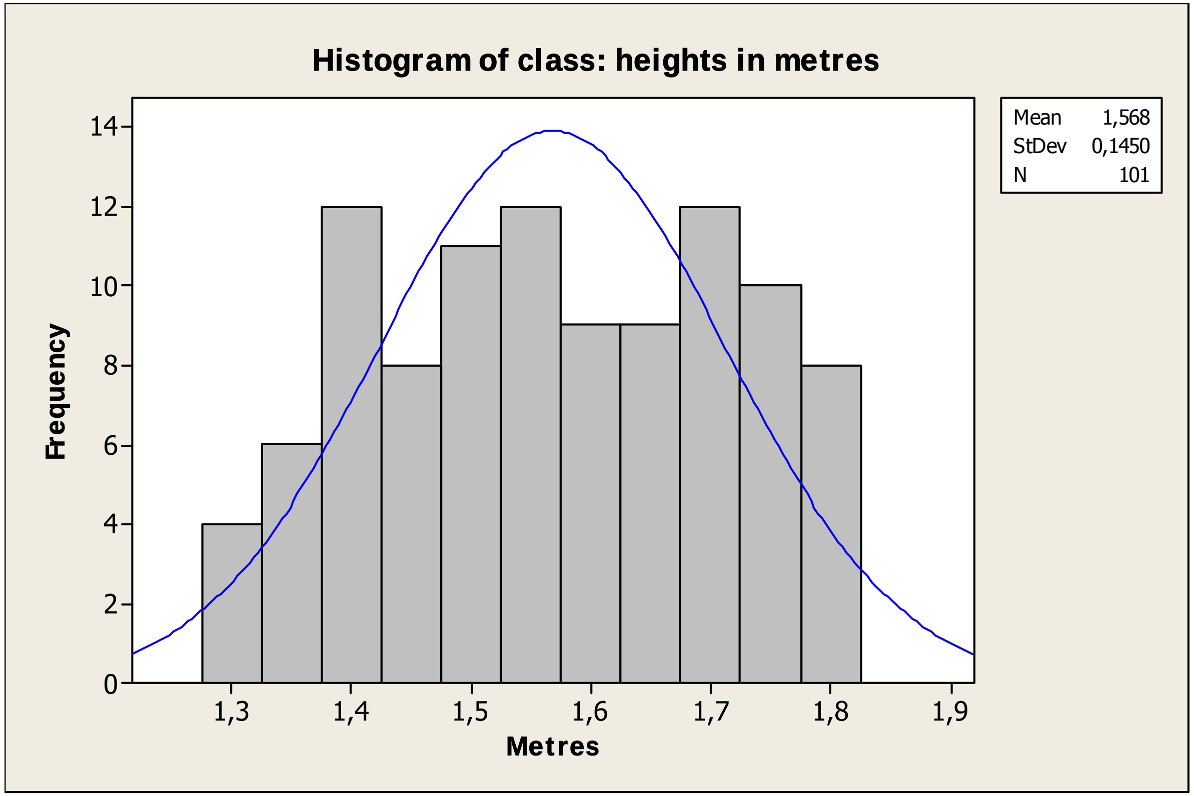
Les grandeurs de 101 enfants dans une classe sont mesurées; la distribution est celle-ci:



La grandeur moyenne est de 1,568 m et l'écart type de 0,145 m

La Distribution Z - Exemple 2

La courbe standard normale est calculée grâce à la moyenne et à l'écart type et superposée aux données.



La Distribution Z - Exemple 2

Il est maintenant possible, à titre d'exemple, de trouver les Quartiles qui divisent les données et de prédire la probabilité de trouver des étudiants plus grands que 1,65 mètres pour pratiquer certains sports.

Chacun des 4 Quartiles représentent 25% de la surface sous la courbe Normale Standard, et divisent la population de valeurs en 4.

- p(0,25) donne la valeur Z=0,675 dans le tableau des valeurs Z sur le prochain transparent:
- La formule suivante est appliquée:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad ou \quad X = \mu \pm Z\sigma$$

X_{Q1} = 1,568 – 0,675 x 0,145 = 1,47 m

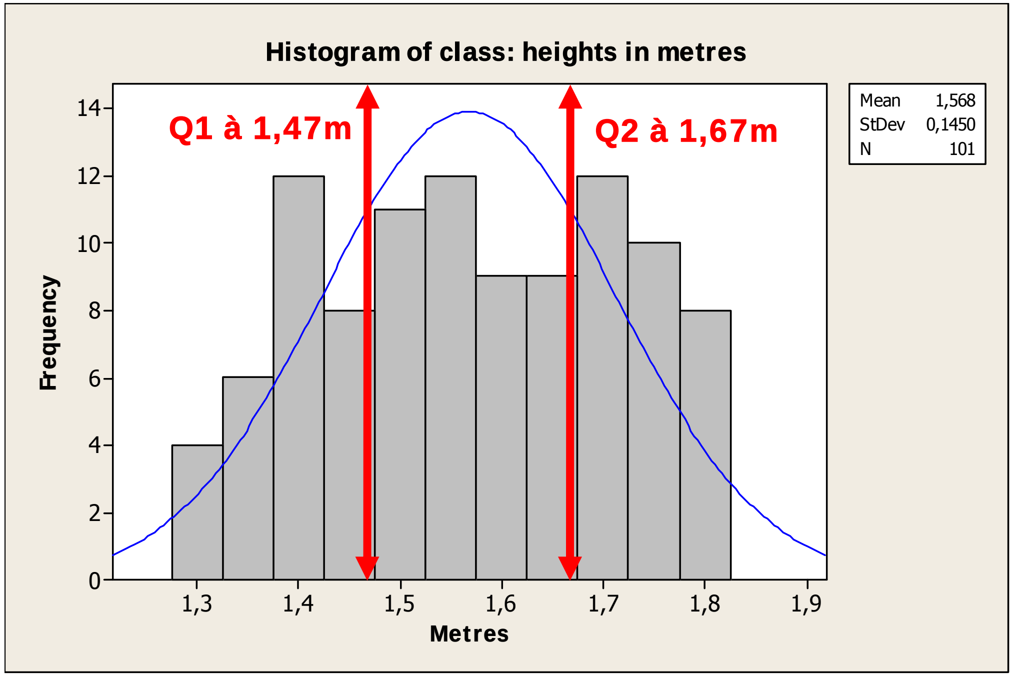
X_{Q3} = 1,568 + 0,675 x 0,145 = 1.67 m

D M A A C

Tableau des valeurs Z: (coté droite de μ=0)

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0190	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2969	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3513	0.3554	0.3577	0.3529	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.1	0.4990	0.4991	0.4991	0.4991	0.4992	0.4992	0.4992	0.4992	0.4993	0.4993
3.2	0.4993	0.4993	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4994	0.4995	0.4995	0.4995
3.3	0.4995	0.4995	0.4995	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4996	0.4997
3.4	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4997	0.4998

La Distribution Z - Exemple 2



La Distribution Z - Exemple 2

La probabilité de trouver des étudiants plus grands que 1,65 m est trouvée de la Table Z en appliquant la formule:

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{1,65-1,568}{0,145} = 0,5655$$

$$p_{Z=0,5655} = 0,2142$$

La Table Z du coté droite nécessite d'ajouter 0,5 à 0,214 ce qui donne la valeur q de 0,714 où:

$$q = 1 - p$$

La probabilité est ainsi de 28,6% de trouver des étudiants assez grands pour pratiquer certains sports.

La Distribution Z - Exemple 2