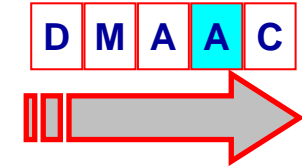


La Phase Améliorer

Comprendre les Files d'Attente

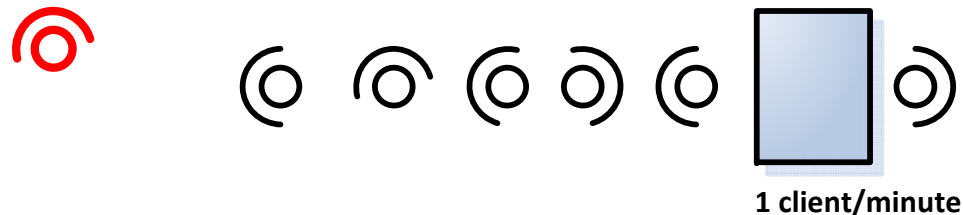


Comprendre les files d'attente: La Loi de Little

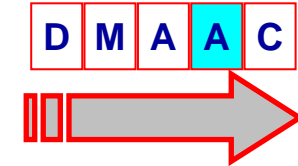


- 5 clients attendent à être servis par un boulanger;
- Le *Taux d'Arrivée* des clients est de 1 client/minute
- Combien de *Temps en File* passera le prochain client?

Son *Temps en File* sera de 5 minutes.
C'est la Loi de Little



La Loi de Little



- La Loi de Little s'exprime ainsi:

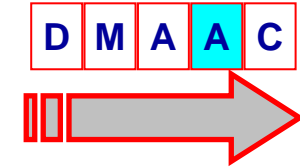
$$\textit{Temps en File (T)} = \frac{\textit{Longueur de File (N)}}{\textit{Taux d'Arrivée (\lambda)}}$$

- Où, si le *Temps en File* est T; la *Longueur de la File* est N; et le *Taux d'Arrivée* est λ :

$$T = \frac{N}{\lambda} ; N = \lambda T ; \lambda = \frac{N}{T}$$

- A noter que le *Taux d'Arrivée* s'exprime en Temps⁻¹ et qu'il peut être remplacé par le *Taux de Sortie* pour une file de longueur stable

Des autres exemples de la Loi de Little



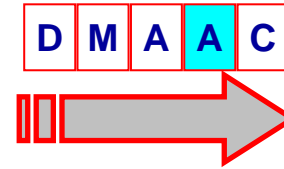
- Dans un Centre d'Appels, les clients attendent 4 minutes en moyenne;
 - 10 téléphonistes traitent chacune en moyenne 1 client en 2 minutes;
 - Combien de clients attendent dans la file, qui est unique?

$$N = \lambda T = 4 \times \frac{10}{2} = 20 \text{ clients}$$

- A la caisse d'un hôpital 25 personnes en moyenne attendent dans une seule file à payer;
 - Si les caissiers passent 2 minutes à traiter chaque patient, combien de caissiers faudrait il pour que le prochain arrivé dans la file n'attende pas plus que 10 minutes?

$$\lambda = \frac{N}{T} = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ patients/minute}$$

Pour pouvoir servir (Taux de Service) 2,5 patients par minute, il faudrait 5 caissiers si chacun traite un patient en 2 minutes



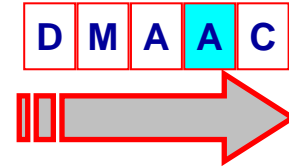
2. Vitesse; Stabilité: Minimiser les temps d'attente

Exemple des calculs d'une File d'Attente

Une caisse de supermarché doit pouvoir faire face à un Taux d'Arrivée des clients à 1,6 par minute (et qui peut varier dans une journée de 0 jusqu'à 2;) une caissière est capable en moyenne de servir un client toutes les 2 minutes: si le supermarché a actuellement 4 caissières, quelle est la longueur de la file unique d'attente et combien de temps les clients passent-ils à attendre?

Si le supermarché est capable de mettre jusqu'à 6 caissières, à quels niveaux de Taux d'Arrivée le supermarché court-il un risque de perdre des ventes? En effet, la Direction pense que les clients renoncent à acheter si la Longueur de File excède 4 personnes ou si le Temps en File dure plus que 4 minutes.

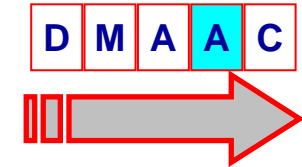
Paramètre	Formule	Unités	Dimensions
Taux d'Arrivée	λ	<i>clients/min</i>	t^{-1}
Temps de Service/Serveur	b	<i>min/serveur</i>	t
Nbre de Serveurs	n	<i>serveurs</i>	
Temps de Service/Client	b/n	<i>min/client</i>	t
Taux de Service	$\mu = n/b$	<i>clients/min</i>	t^{-1}
Taux d'Occupation	$\rho = \lambda/\mu$		
Débit	$\mu \times \rho$	<i>clients/min</i>	t^{-1}
Temps en File	$T = \rho / (\mu - \lambda)$	<i>min</i>	t
Longueur de la File	$N = \rho \times \lambda / (\mu - \lambda)$	<i>clients</i>	



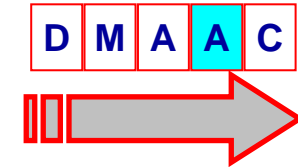
Caractéristiques de la File d'Attente

- Même si une caissière n'est prise que 50% de son temps (Taux d'Occupation= 0,5) il existe toujours 50% de probabilité qu'un client ait à l'attendre; l'attente ne peut jamais être totalement évitée;
- Plus μ (le Taux de Service) s'approche de λ (le Taux d'Arrivée) plus le Temps de File monte; la croissance est asymptotique;
- Dans une file de longueur stable, $\mu > \lambda$, et μ et λ restent constants.

La Gestion des Files d'Attente



- Si le gestionnaire *contrôle* la File d'Attente, le client, lui, est contraint de la *subir*;
- Le gestionnaire doit choisir un équilibre entre le coût en ETP du service rendu au client et la perte d'opportunité de vente qui en résulterait d'un *Temps de Service* insuffisant; c'est mesuré par le *Taux d'Abandon*, qui est celui auquel les clients abandonnent la file d'attente;
- Un Taux d'Abandon important cause une perte de clients et de chiffre d'affaires;
- La multiplicité de files d'attente peut même provoquer une sensation de frustration chez un client s'il voit que son *Temps en File* est plus important que celui dans d'autres files.



La suite de calculs pour calculer la longueur d'une File d'Attente

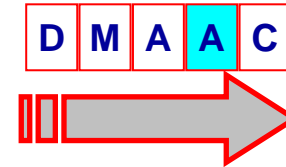
Si le supermarché a actuellement 4 caissières, quelle est la longueur de la file unique d'attente et combien de temps les clients passent-ils à attendre?

Calcul de Temps en File et Longueur de la File

Paramètre	Formule	Valeur	Unités	Dimensions
Taux d'Arrivée	λ	1,6	clients/min	t^{-1}
Temps de Service/Serveur	b	2	min/serveur	t
Nbre de Serveurs	n	4	serveurs	
Temps de Service/Client	b/n	0,5	min/client	t
Taux de Service	$\mu=n/b$	2	clients/min	t^{-1}
Taux d'Occupation	$\rho=\lambda/\mu$	0,8		
Débit	$\mu \times \rho$	1,6	clients/min	t^{-1}
Temps en File	$T=\rho/(\mu-\lambda)$	2	min	t
Longueur de la File	$N=\rho \times \lambda / (\mu-\lambda)$	3,2	clients	

Validation de la Loi de Little

Temps en File	$T=\rho/(\mu-\lambda)$	2	min	t
Longueur de la File	$N=\rho \times \lambda / (\mu-\lambda)$	3,2	clients	
Débit	$\mu \times \rho$	1,6	clients/min	t^{-1}



2. Vitesse; Stabilité: Minimiser les temps d'attente

Exemple

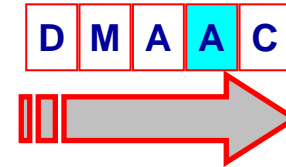
Si le supermarché est capable de mettre jusqu'à 6 caissières, à quels niveaux de Taux d'Arrivée court-il un risque de perdre des ventes? La Direction pense que les clients renoncent à acheter s'il ya une Longueur de File de plus que 4 personnes en attente ou un Temps en File de plus que 4 minutes.

Calcul de Temps en File et Longueur de la File

Taux d'Arrivée	Temps de Service/Serveur	Nbre de Serveurs	Temps de Service/Client	Taux de Service	Taux d'Occupation	Débit	Temps en File: limite 4 min	Longueur de la File: limite 4
λ	b	n	b/n	$\mu=n/b$	$\rho=\lambda/\mu$	$\mu\rho$	$T=\rho/(\mu-\lambda)$	$N=\rho\lambda/(\mu-\lambda)$
clients/min	min/serveur	serveurs	min/client	clients/min		clients/min	min	clients
t^{-1}	t		t	t^{-1}		t^{-1}	t	
0,1	2	1	2,0	0,5	0,2	0,1	0,5	0,1
0,2	2	1	2,0	0,5	0,4	0,2	1,3	0,3
0,3	2	1	2,0	0,5	0,6	0,3	3,0	0,9
0,4	2	1	2,0	0,5	0,8	0,4	8,0	3,2
0,5	2	2	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	0,5
0,6	2	2	1,0	1,0	0,6	0,6	1,5	0,9
0,7	2	2	1,0	1,0	0,7	0,7	2,3	1,6
0,8	2	2	1,0	1,0	0,8	0,8	4,0	3,2
0,9	2	2	1,0	1,0	0,9	0,9	9,0	8,1
1	2	3	0,7	1,5	0,7	1,0	1,3	1,3
1,1	2	3	0,7	1,5	0,7	1,1	1,8	2,0
1,2	2	3	0,7	1,5	0,8	1,2	2,7	3,2
1,3	2	3	0,7	1,5	0,9	1,3	4,3	5,6
1,4	2	3	0,7	1,5	0,9	1,4	9,3	13,1
1,5	2	4	0,5	2,0	0,8	1,5	1,5	2,3
1,6	2	4	0,5	2,0	0,8	1,6	2,0	3,2
1,7	2	4	0,5	2,0	0,9	1,7	2,8	4,8
1,8	2	4	0,5	2,0	0,9	1,8	4,5	8,1
1,9	2	4	0,5	2,0	1,0	1,9	9,5	18,1
2	2	5	0,4	2,5	0,8	2,0	1,6	3,2

Validation de la Loi de Little

Temps en File: limite 4 min	Longueur de la File: limite 4	Débit
$T=\rho/(\mu-\lambda)$	$N=\rho\lambda/(\mu-\lambda)$	$\mu\rho$
min	clients	clients/min
t		t-1
0,5	0,1	0,1
1,3	0,3	0,2
3,0	0,9	0,3
8,0	3,2	0,4
1,0	0,5	0,5
1,5	0,9	0,6
2,3	1,6	0,7
4,0	3,2	0,8
9,0	8,1	0,9
1,3	1,3	1,0
1,8	2,0	1,1
2,7	3,2	1,2
4,3	5,6	1,3
9,3	13,1	1,4
1,5	2,3	1,5
2,0	3,2	1,6
2,8	4,8	1,7
4,5	8,1	1,8
9,5	18,1	1,9
1,6	3,2	2,0



2. Vitesse; Stabilité: Minimiser les temps d'attente

Exemple

Si le supermarché est capable de mettre jusqu'à 6 caissières, à quels niveaux de Taux d'Arrivée le supermarché court-il un risque de perdre des ventes puisque la Direction pense que les clients renoncent à acheter s'il ya une Longueur de File de plus que 4 personnes en attente ou un Temps en File de plus que 4 minutes?

Calcul de Temps en File et Longueur de la File

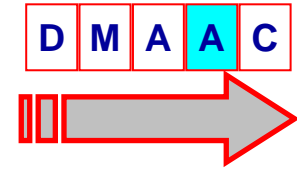
Taux d'Arrivée	Temps de Service/Serveur	Nbre de Serveurs	Temps de Service/Clien	Taux de Service	Taux d'Occupation	Débit	Temps en File: limite 4 min	Longueur de la File: limite 4
λ	b	n	b/n	$\mu=n/b$	$\rho=\lambda/\mu$	$\mu x \rho$	$T=\rho/(\mu-\lambda)$	$N=\rho x \lambda/(\mu-\lambda)$
clients/min	min/serveur	serveurs	min/client	clients/min		clients/min	min	clients
t^{-1}	t		t	t^{-1}		t^{-1}	t	
0,1	2	1	2,0	0,5	0,2	0,1	0,5	0,1
0,2	2	1	2,0	0,5	0,4	0,2	1,3	0,3
0,3	2	1	2,0	0,5	0,6	0,3	3,0	0,9
0,4	2	2	1,0	1,0	0,4	0,4	0,7	0,3
0,5	2	2	1,0	1,0	0,5	0,5	1,0	0,5
0,6	2	2	1,0	1,0	0,6	0,6	1,5	0,9
0,7	2	2	1,0	1,0	0,7	0,7	2,3	1,6
0,8	2	2	1,0	1,0	0,8	0,8	4,0	3,2
0,9	2	3	0,7	1,5	0,6	0,9	1,0	0,9
1	2	3	0,7	1,5	0,7	1,0	1,3	1,3
1,1	2	3	0,7	1,5	0,7	1,1	1,8	2,0
1,2	2	3	0,7	1,5	0,8	1,2	2,7	3,2
1,3	2	4	0,5	2,0	0,7	1,3	0,9	1,2
1,4	2	4	0,5	2,0	0,7	1,4	1,2	1,6
1,5	2	4	0,5	2,0	0,8	1,5	1,5	2,3
1,6	2	4	0,5	2,0	0,8	1,6	2,0	3,2
1,7	2	5	0,4	2,5	0,7	1,7	0,9	1,4
1,8	2	5	0,4	2,5	0,7	1,8	1,0	1,9
1,9	2	5	0,4	2,5	0,8	1,9	1,3	2,4
2	2	5	0,4	2,5	0,8	2,0	1,6	3,2

Validation de la Loi de Little

Temps en File: limite 4 min	Longueur de la File: limite 4	Débit
$T=\rho/(\mu-\lambda)$	$N=\rho x \lambda/(\mu-\lambda)$	$\mu x \rho$
min	clients	clients/min
t		t-1
0,5	0,1	0,1
1,3	0,3	0,2
3,0	0,9	0,3
0,7	0,3	0,4
1,0	0,5	0,5
1,5	0,9	0,6
2,3	1,6	0,7
4,0	3,2	0,8
1,0	0,9	0,9
1,3	1,3	1,0
1,8	2,0	1,1
2,7	3,2	1,2
0,9	1,2	1,3
1,2	1,6	1,4
1,5	2,3	1,5
2,0	3,2	1,6
0,9	1,4	1,7
1,0	1,9	1,8
1,3	2,4	1,9
1,6	3,2	2,0

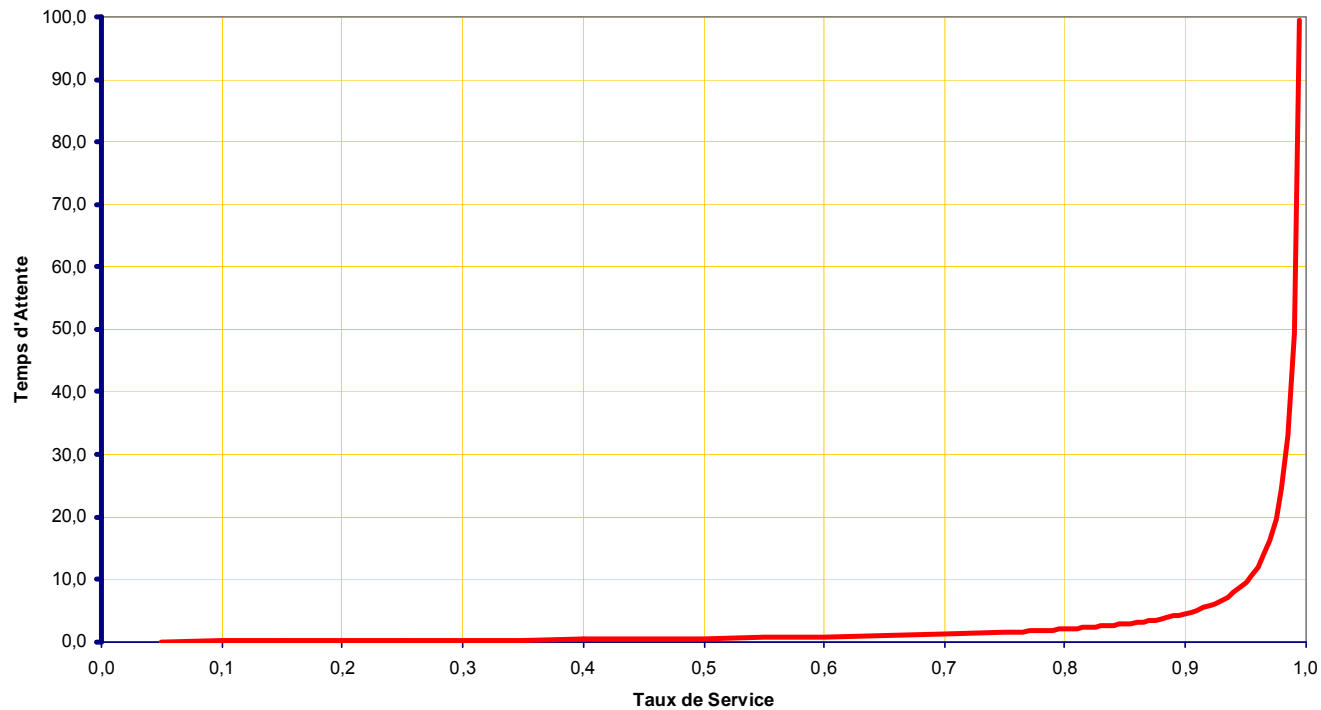
2. Vitesse; Stabilité: Minimiser les temps d'attente

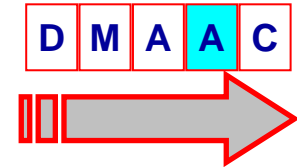
La perte de contrôle entraînée par la surcharge des caissières



En utilisant les mêmes données, ce graphique montre la croissance asymptotique du Temps d'Attente; à partir d'une utilisation (le Taux de Service) du temps des caissières d'environ 90%, la croissance de Temps d'Attente mène vite au chaos.

Evolution du Temps d'Attente avec le Taux de Service





This Training Manual and all materials, procedures and systems herein contained or depicted (the "Manual") are the sole and exclusive property of La Rémige S.A.R.L.

The contents hereof contain proprietary information and materials that are the private property of La Rémige S.A.R.L. Unauthorized use, disclosure, or reproduction of any kind of any material contained in this Manual is expressly prohibited. The contents hereof are to be returned immediately upon termination of any relationship or agreement giving user authorization to possess or use such information or materials. Any unauthorized or illegal use shall subject the user to all remedies, both legal and equitable, available to La Rémige S.A.R.L. This Manual may be altered, amended or supplemented by La Rémige S.A.R.L. from time to time. In the event of any inconsistency or conflict between a provision in this Manual and any national, federal, provincial, state or local statute, regulation, order or other law, such law will supersede the conflicting or inconsistent provision(s) of this Manual in all properties subject to that law.

© 2008 by La Rémige S.A.R.L. All Rights Reserved.

"Lean Six Sigma" is a registered mark with INPI in France